

## 附件 4

# “数学和应用研究”重点专项 2024 年度项目申报指南

为落实“十四五”期间国家科技创新的有关部署，国家重点研发计划启动实施“数学和应用研究”重点专项。根据本重点专项“十四五”实施方案的安排，现发布 2024 年度项目申报指南。

“数学和应用研究”重点专项总体目标是：面向国家战略需求，解决一批影响未来发展的重大数学与应用问题，提升我国自主创新能力。

2024 年分重点研究方向、“揭榜挂帅”榜单、青年科学家项目三类指南，拟支持 46 个项目，国拨经费总概算 3.70 亿元。

### 一、重点研究方向

2024 年度围绕数据科学与人工智能的数学基础，科学与工程计算方法，复杂系统的分析、优化、博弈与调控，计算机数学理论与算法，基础数学重大前沿问题研究等 5 个重点研究方向进行部署（任务 1-5），拟支持 22 个常规项目，国拨经费总概算 2.68 亿元。

项目统一按指南二级标题（如 1.1）的指南方向申报。同一指南方向下，原则上只支持 1 项，仅在申报项目评审结果相近、技术路线明显不同时，可同时支持 2 项，并建立动态调整机制，根据中期评估结果，再择优继续支持。

申报单位根据指南支持方向，面向解决重大科学问题和突破关键技术进行设计。特别应将数学理论和方法研究作为重点，带动重大需求中的应用问题解决。项目应整体申报，须覆盖相应指南方向的全部研究内容。项目执行期一般为 5 年。项目下设课题数原则上不超过 4 个，每个项目所含单位数不超过 5 家。但申请“任务 5. 基础数学重大前沿问题研究”的项目课题数原则上不超过 3 个，参与单位数不超过 3 家。项目设 1 名负责人，每个课题设 1 名负责人。

## **任务 1. 数据科学与人工智能的数学基础**

### **1.1 基于存算一体加速的矩阵计算**

**研究内容：**针对传统存算分离架构导致的高复杂性瓶颈，探索基于存算一体架构的矩阵计算新途径、新方法。研制低功耗、可无限擦写、高可靠的存算一体芯片，并发展满足超大规模矩阵计算需求的存算一体芯片系统；研究存算一体架构下的低复杂度矩阵乘法，及基于“矩阵慢变、向量快变”迭代的线性代数计算通用框架及算法，形成存算一体线性代数通用算法库；面向 6G 无线通信空口技术对海量矩阵计算和“无限次”数据更新 ( $\geq 10^{16}$ ) 需求，研究存算一体架构下的软硬件协同优化设计，建立适配国产通信设备的高效矩阵计算软硬件体系，在典型通信场景中应用并取得实效。

**考核指标：**基于新型非易失存储技术的存算一体芯片，单芯片支持矩阵计算规模最高  $512 \times 512$ ，支持对矩阵规模和元素精度

的灵活调控，支持对矩阵元素的多模式（0/1/2 比特）纠错；可根据应用需求拓展为存算一体芯片系统，芯片系统支持的矩阵规模最高  $1024 \times 1024$ ，矩阵元素精度最高 32 比特，并支持对矩阵规模和元素精度的灵活调控，支持对矩阵元素的多模式（0/1/2 比特）纠错。建立存算一体线性代数通用算法库，在存算一体芯片系统中完成矩阵乘、矩阵求逆和 SVD 分解等基本计算的功能演示；在“矩阵慢变、向量快变”迭代计算场景下，计算速度相比基于存算分离的传统矩阵算法提升一个数量级以上。存算一体架构并行计算硬件协同优化设计支持信道估计、预编码和信道均衡等三类典型无线空口应用，并基于国产通信设备有源天线单元实测/仿真数据验证其高效性。

**关键词：**应用数学，计算数学，存算一体，矩阵计算。

**经费说明：**国拨经费概算参考数约 1600 万元。

## 1.2 几何热流深度学习及其在中药新药研发中的应用

**研究内容：**提出几何热流深度学习模型与方法，形成中药新药研发的数学技术及系统。实现几何热流理论的算法化；使用几何热流提取几何形体编码特征，搭建基于几何热流算法化的深度网络架构，实现端到端计算并用于三维几何形体嵌合预测；验证在中药新药研发中的应用，在抗衰老和亚健康专科领域建立中药处方库、组分库、靶点库；把蛋白质大分子建模为（柔性）空间立体构象，用组分库和靶点库训练几何热流深度学习模型判断分子对接能力（几何互补、能量互补），预测组方疗效；结合疗效

预测模型和处方库构建能进行自我质量评判、自我进化的中医药(中药)大语言模型;用大语言模型对中医文献和处方库进行筛选生成候选组方,进入动物实验、临床试验,跑通全流程,实现组方研究流程科学化。

**考核指标:**建立几何热流的算法框架,并实现基于算法展开的深度网络架构设计,形成几何热流深度学习方法论;所提出的疗效预测模型临床符合率不低于85%;中医药(中药)大语言模型用于合作医疗机构诊治病例数不少于8万例,临床应用基本准确率不低于85%。(注:处方库作为大模型开发的数据基础,参与课题的合作医疗机构需提供相应专科经过验证具有临床有效性的核心处方不少于1万张;中药组分库包含5万种以上物理储备的组分,并作数字化处理)。

**关键词:**几何热流,深度学习,中药新药研发,中医科学化。

**经费说明:**国拨经费概算参考数约1500万元。

### **1.3 Radon 变换的微分几何分析与静态 CT 智能成像**

**研究内容:**针对现有 X 射线 CT 成像系统存在的高辐射剂量和高速旋转机械极限瓶颈,研究任意轨迹下的 Radon 变换微分几何性质,并在此基础上研究静态 CT 光源几何结构的最优展布问题;研究稀疏投影的成像物理建模与精细化校正技术,建立模型与数据混合驱动的可学习稀疏投影静态 CT 智能成像理论与方法,形成全新高效的超低剂量 CT 重建算法;研发面向临床专科的小型化阵列光源 CT 智能成像系统,开展临床验证,证明其可

用性与实用性。

**考核指标:** 构建描述 Radon 变换通用局部相干性的偏微分方程及静态 CT 光源最优展布结构理论; 提出模型与数据混合驱动的可学习稀疏投影静态 CT 成像数学技术, 建立适应于扫描任务的高效超低剂量重建算法, 实现剂量降低至商用 CT 扫描的 1/20 以下的微米级高分辨率图像重建, 形成重建引擎软件 1 套; 根据所提出的新理论和新技术, 研发一套小型化阵列光源 CT 整机系统, 实现适用于某一临床专科的微剂量快捷 CT 诊疗。

**关键词:** 应用数学, 反问题, 静态 CT, 智能成像。

**经费说明:** 国拨经费概算参考数约 1500 万元。

#### 1.4 基于模型与数据混合驱动的麻醉精准控制

**研究内容:** 针对现有临床麻醉控制过程对医生经验依赖强和个体药物作用模型适配性低等挑战, 研究基于多模态数据和药代-药效模型的精准麻醉决策数学理论与方法。研究临床数据、组学数据等多层次多模态数据融合的麻醉药效分析评估理论与方法; 建立麻醉药物在人体内扩散运输的多尺度动力学模型, 形成描述麻醉药物体内代谢过程的新理论; 构建麻醉状态与生命体征之间的数学映射, 提出模型和数据混合驱动的深度学习麻醉精准控制理论与方法, 形成麻醉药物组合使用最优方案; 研发面向临床的个性化智能精准麻醉系统, 开展临床验证, 证明其有效性和可靠性。

**考核指标:** 建立一套可用于研究麻醉药物在靶器官内、细胞

间质以及细胞内输运的多尺度模型新框架；开发基于多模态数据、动力学与深度学习相结合的药代-药效评估预测人工智能算法，实现个性化麻醉药效预测精度提升 10%以上；设计一套个性化的精准麻醉控制方案，实现麻醉状态指标预测概率大于 90%，麻醉控制误差小于 10%；研发一套精准麻醉整机系统，应用于超过 5 种 ASAII-III 级典型手术场景的全身麻醉实施，达到可辅助医用水平。

**关键词：**应用数学，多尺度建模，扩散动力学，智能算法，精准麻醉。

**经费说明：**国拨经费概算参考数约 1600 万元。

### **1.5 大模型的极限理论及预测不确定性量化算法**

**研究内容：**突破基于数据层次设定的传统机器学习研究范式，构建大模型任务泛化统计学习理论和预测不确定性量化方法。研究基于非线性算子理论的大模型极限行为，基于无限维贝叶斯分析的大模型参数性质；研究模型、数据规模趋于无穷时的大模型性态函数的极限分布，并解释智能涌现现象；针对大模型的预测不确定性，提出不确定性度量和分布无关、模型无关的共形推断算法，建立多源异质、时空相关以及在线更新等情形下的预测置信度估计理论，发展预测驱动下的数据采样和统计推断方法。应用到基于多模态医学数据的癌症风险预测、动态供需多边市场不确定性度量与风险预警等典型场景，完成算法的预报精度和计算效率的实验验证。

**考核指标:** 所提出的大模型泛化能力分析框架、大模型预测的共形推断算法和预测驱动的统计推断理论等, 达到国际领先水平; 建立起大模型最优性能与模型规模、数据规模、学习质量之间的最优匹配关系与尺度变化律; 提出时空相关和在线更新情形下具有理论保障的共形推断算法, 与现有最优方法相比置信度精度高出至少 10%。应用到基于多模态医学数据的癌症风险个性化预测、动态多边市场风险预警等领域, 提升预报精度 5% 以上。

**关键词:** 大模型, 机器学习, 非线性算子, 预测不确定性, 置信度。

**经费说明:** 国拨经费概算参考数约 800 万元。

## **任务 2. 科学与工程计算方法**

### **2.1 随机波动方程反问题的数学理论及计算方法**

**研究内容:** 针对地质资源精准探测中的不确定性难题, 建立随机环境下波动方程的数学物理模型, 研究相应散射问题的适定性、解的正则性及其数值方法。建立数据不完全情况下复杂介质中波动方程反问题的唯一性和稳定性理论, 并设计高效计算方法。发展微局部分析、高频渐近分析等方法, 建立随机波动方程反散射问题的适定性理论。发展基于物理机理和机器学习相融合的方法, 构建高效稳定的反演算法, 并在地质资源勘探相关反问题中加以验证。

**考核指标:** 建立随机源、随机介质等随机环境下的波动方程(如声波、弹性波、电磁波)模型及适定性理论。提出随机波动

方程的高效数值方法，与欧拉方法等传统方法相比，精度提升不低于 20%。建立随机波动方程反问题的唯一性和稳定性理论。构造融合物理模型和数据驱动的新型反演算法，与优化迭代法等现有算法相比，精度提升不低于 30%，计算效率提升不低于 4 倍。针对带噪数据，资源勘探（如油气、金属矿）反演的纵向分辨率达到 1/8 波长。

**关键词：**应用数学，计算数学，偏微分方程反问题，随机波动方程，随机偏微分方程数值解。

**经费说明：**国拨经费概算参考数约 1500 万元。

## 2.2 含复杂结构目标电磁散射的建模、理论和算法

**研究内容：**围绕新一代飞行器隐身设计的重大需求，研究复杂结构电磁散射机理和数值算法。研究多层介质和周期结构波传播问题的适定性和表面波、远场辐射的渐近理论，发展宽频段电磁散射的高精度数值截断算法，研究数值方法的收敛性、稳定性和谱理论，发展病态系统的高效预处理算法。针对多薄层介质涂覆结构、周期阵列结构的高效电磁仿真，研究融合材料特性的多介质耦合结构的可计算建模，发展高精度数值算法及其理论。结合航空飞行器模型，完成算法的精度和效率的实验验证。

**考核指标：**建立多层介质和周期结构波传播问题的适定性理论和表面波、远场辐射的渐近理论。构建电磁散射高精度数值算法及其理论，算法精度不受谐振频率影响，标准模型仿真相对误差在宽频范围内小于 1%。建立多层介质涂覆目标电磁散射的可

计算模型,典型多层薄涂覆结构的 RCS 计算值与实测结果对比均值误差小于 2dB。典型天线阵列的 RCS 计算值与实测结果对比均值误差小于 2dB,仿真效率较国际标杆电磁仿真软件 HFSS 及 FEKO 提高 50%以上,具备万单元规模天线阵列的仿真能力。形成涂覆介质、天线阵与电大平台的一体化电磁散射建模仿真能力。

**关键词:** 应用数学,计算数学,计算电磁学,波传播适定性,高精度算法。

**经费说明:** 国拨经费概算参考数约 1500 万元。

### 2.3 海上浮式垂直轴风场关键问题数学建模与大规模数值模拟

**研究内容:** 围绕浮式垂直轴风场优化中的偏微分方程建模理论和高精度数值求解问题,研究湍流随机模型,构建垂直轴风机动态失速模型,发展叶片、风轮、塔架及平台气固液多相跨尺度耦合模型,分析各模型解的适定性,建立风场极限能量捕获模型;设计湍流模拟数值格式,形成含动态失速的风机耦合偏微分方程组的数值格式,开发风场大规模高精度快速计算数值格式,研究数值格式稳定性,形成风场多级综合优化算法;研发浮式垂直轴风机及风场优化设计软件,计算结果与浮式垂直轴风机实测数据对比,开展软件应用及实验验证。

**考核指标:** 给出海上浮式垂直轴风场极限能量捕获和动态失速现象的数学刻画,实现对动态失速现象的预测;开发海上浮式

垂直轴风机和风场优化设计软件一套，软件计算结果与发电功率不小于 50kW 的自主浮式垂直轴风机实海运行结果相比误差  $\leq 20\%$ ，计算速度与风机设计商业软件 Q-Bladed 相比提高  $\geq 10\%$ ；通过优化形成浮式垂直轴风机设计方案及多机组阵列布局方案各一套，优化后的浮式垂直轴风机实验样机水池与风洞联合实验的能量捕获效率  $\geq 45\%$ ；优化后的多机组阵列浮式垂直轴风机水池与风洞联合实验的能量捕获效率  $\geq 40\%$ 。

**关键词：**偏微分方程理论，应用数学，计算数学，垂直轴风机，海上新能源。

**经费说明：**国拨经费概算参考数约 1500 万元。

## 2.4 大波数麦克斯韦方程组有限元方法及在超材料研究中的应用

**研究内容：**围绕国家重大需求的超材料大尺寸器件全波仿真中的大波数麦克斯韦方程组，研究有限元方法的数学理论，包括有限元方法污染效应的刻画；粗初始网格自适应算法的设计；后处理技术；多尺度技术；减少标准有限元方法的污染误差。发展求解有限元离散方程组的关于波数和自由度数一致收敛的快速解法器并开发国产软件模块。研究求解复杂单元结构超材料的有限元方法，解决细微结构与大结构共存的仿真难题，突破当前大波数器件设计的瓶颈。

**考核指标：**建立大波数麦克斯韦方程组有限元方法的预渐近的数学理论。设计有限元离散方程组的高效解法器，给出关于波

数和自由度数一致的收敛性估计；开发国产软件一套，能够求解波数达到 200 的三维问题，按能量范数相对误差小于 5%。针对超构透镜等超材料器件进行有限元仿真设计，器件尺寸达到 200 个波长，焦距误差小于 5%；指导开发出如 2 毫米口径的超构透镜成像模组等原型器件，实现便携式多功能显微成像，用于快速信息提取、健康检测等领域。

**关键词：**应用数学，计算数学，有限元方法，大波数麦克斯韦方程组，超构透镜。

**经费说明：**国拨经费概算参考数约 1500 万元。

### **任务 3. 复杂系统的分析、优化、博弈与调控**

#### **3.1 基于智能学习与在线反馈的复杂系统控制理论**

**研究内容：**研究强化学习与适应学习相结合的智能学习算法，针对反馈系统的复杂数据，从数学上建立学习与滤波算法收敛性与基于有限样本估计的理论；研究智能学习与在线反馈结合的“认知-决策-行动”一体化系统的数学基础，智能反馈应对动态系统不确定性最大能力的数学刻画；针对被控对象具有博弈行为的动态系统，建立博弈控制系统数学理论；开展复杂环境下高性能飞行器智能控制技术和社会治理典型场景智能学习算法研究，开发仿真平台并实现落地应用。

**考核指标：**发展非平稳强相关数据下智能学习算法的数学理论、智能控制算法能力的数学刻画与博弈控制系统数学理论；将智能控制算法应用于至少两类高性能飞行器，实现估计/控制精度

较主流算法（Kalman 滤波、PID 控制）提升 20%以上；将智能学习算法应用于智慧司法中针对至少 5 个罪名的精准量刑，算法预测精度不低于 90%，并在智慧司法系统中落地应用。

**关键词：**适应学习，在线反馈，智能控制，反馈能力，博弈控制系统。

**经费说明：**国拨经费概算参考数约 2000 万元。

### 3.2 强耦合大时滞分布参数系统的智能控制理论及应用

**研究内容：**针对强耦合、大时滞、强非线性特性的分布参数系统，研究其反馈控制的动力学行为和响应特性及能力极限，建立具有高度自适应性和鲁棒性的智能控制理论，提出高效实时求解控制策略的数值方法；将上述理论和算法应用于由功能结构和质能传递精细化而耦合、时滞约束更强、更具分布参数系统特性的小型模块化反应堆控制系统设计，并在模拟堆中进行典型工况示范验证。

**考核指标：**建立针对强耦合大时滞特性分布参数系统的智能控制理论，在基础理论原创性、方法架构系统性、数值求解高效性等多个层面产出多项原创性成果，应用于小型模块化反应堆控制系统设计并在模拟堆中进行典型工况示范验证；建立可准确描述反应堆微观-宏观机理的全流程数学模型，相比传统机理模型，核功率、反应堆温度等关键参数精度提升 10%以上；提出的智能全程控制方法相对于目前应用的 PID 控制方法，核功率、反应堆温度等关键参数超调量优化 10%以上，调节时间优化 5%以上。

**关键词：**复杂系统，智能控制，全流程建模，强耦合，大时滞。

**经费说明：**国拨经费概算参考数约 1500 万元。

### 3.3 大模型辅助运筹优化决策建模与计算

**研究内容：**发展基于依赖类型论的数学优化形式化理论体系，形式化非线性规划和整数规划等领域的关键定理及证明，建立优化知识库与数据集；研究高效表达目标函数和约束以及解空间的神经网络架构，发展面向数学优化建模与计算的通用基础大模型，建立稳定快速的分布式训练与微调算法并分析其理论性质；发展海量规模、随机扰动与突发事件场景下的鲁棒随机优化理论和算法，解决精细化列车运行方案编制和调整的国家重大需求，研发铁路决策系统软件。

**考核指标：**针对非线性规划和整数规划，形式化 1000 条以上定理并建立数学优化知识库，构建数学优化通用基础大模型架构与数据集，建立通信高效的分布式训练算法，适应至少三类不同优化问题的求解，分析大模型训练与推理方法的最优采样与通信复杂度；研发铁路决策软件，支撑京沪高铁相似规模路网（大约 1500km 长度，1000 个闭塞分区，30 个车站）精细化列车运行方案优化，计算时间 4 小时以内，客流波动调整方案计算时间 2 小时以内，效率相比 Gurobi 提升 30% 以上。

**关键词：**数学优化，数学形式化，随机优化，通用数学优化基础大模型，铁路网调度与决策系统。

**经费说明：**国拨经费概算参考数约 1500 万元。

## **任务 4. 计算机数学理论与算法**

### **4.1 对称密码自动化分析设计**

**研究内容：**研究差分类和线性类区分器在二元域中多项式理论下的本质模型，提出针对这两类区分器的高效自动化搜索算法；研发可利用高次非线性比特的方程控制技术，构建中间相遇攻击优化模型和新型量子分析方法；研究密码算法组件在有限域上的代数结构，给出迭代结构复杂密码算法的代数次数上界计算方法。研究对称密码核心组件 S 盒和 P 置换簇的自动化设计与优化方法，设计具有优越密码学性质的新 S 盒和 P 置换簇。提出安全与性能制约关系最佳平衡点自动化挖掘方案，解决海量参数全局优化难题，设计兼具安全与性能的新型对称密码。

**考核指标：**对比当前最优结果，对称密码差分类和线性类区分器搜索效率提升 50% 以上，搜索轮数提升 20% 以上，给出 ISO/IEC 标准 PRESENT 算法等的最长轮数攻击或同等轮数下复杂度最低的攻击；使用高效非线性比特控制条件和新型量子分析法将国际标准 SHA-3 等的最优攻击复杂度改进 10 个数量级以上；给出至少三个分组密码的代数次数精确评估新结果。设计性能折衷最优的 S 盒和 P 置换簇，8 比特 S 盒不少于 10 类，每个 S 盒的差分均匀度、非线性度、异或数、深度等密码学指标至少 3 项达到国际最好水平，且至少一项严格优于国际标准 AES 的逆函数；P 置换簇满足分块 4 阶 MDS 矩阵数量不少于 10 类，每个矩

阵的异或数不高于 AES 使用的 P 置换；针对严苛应用对超大吞吐量 and 超低时延密码算法需求，设计至少两套新型对称密码，在保证同等安全冗余的前提下，软硬件性能比 ISO/IEC 标准 SKINNY 等国际最优算法提升 10% 以上。

**关键词：**计算机数学，密码学，对称密码，自动化分析，密码组件设计，对称密码设计。

**经费说明：**国拨经费概算参考数约 2000 万元。

#### **4.2 高速高精加工运动控制的数学理论与内核**

**研究内容：**研究适用于高速高精加工运动控制的新型数学表示与符号数值混合计算高精高效算法；热、力、流场、材料、运动、振动等多源信息融合的数理模型分析与可信误差控制的数学方法；面向复杂结构件的自适应加工规划与最优插补方法；面向多源加工反馈信息融合的智能工艺参数修调优化方法；刚柔混合多体动力学系统的时变非线性建模、分析与求解，高动态、纳米精度运动控制算法。研发高端数控系统数学内核并实现国产系统适配与性能优化；研发国产光刻机工件台纳米精度运动控制的数学内核及应用。

**考核指标：**构建适配高速高精加工的新型数学模型与符号数值计算框架，支撑任意精度加工运动控制计算；构建针对高速高精加工的多约束、多目标最优插补方法，对比目前最优结果微米精度下加工效率提升 15% 以上；对比 NX 系统，同等精度下所规划路径加工效率提升 20% 以上；研制支持不少于 4 类加工信息融

合的新型工艺参数优化方法。研制数控系统运动控制数学内核，在 2 种型号国产高档数控系统中应用，制定数控系统运动控制国家/行业标准。构建高动态、超精密运动控制算法，开发支撑超精密高动态运动控制数学内核，支撑国产光刻机工作台运动平均偏差优于 2 纳米。

**关键词：**应用数学，符号数值计算，最优运动控制，超精密运动控制，数学内核。

**经费说明：**国拨经费概算参考数约 2000 万元。

## **任务 5. 基础数学重大前沿问题研究**

### **5.1 Atiyah-Singer 指标理论及其应用**

研究 Atiyah-Singer 指标理论及其应用。研究非局部不变量（如解析挠率、 $\eta$  不变量等）在几何操作下的变化规律；研究这些非局部不变量与几何量子化之间的联系；完善与非局部不变量相关的 K 理论并发展其上的指标理论。深入应用 Atiyah-Singer 指标理论于正数量曲率流形的几何与拓扑，并从指标理论的角度研究扭结理论中的体积猜想等；研究 Atiyah-Singer 指标理论在 Finsler 几何中的应用。

**关键词：**指标理论，非局部不变量，几何量子化，K 理论，正数量曲率，体积猜想。

**经费说明：**国拨经费概算参考数约 600 万元。

### **5.2 高维非线性双曲方程**

围绕高维非线性双曲方程解的适定性、结构刻画等基本问

题, 研究光滑解整体适定性或有限时间爆破机制、弱解非唯一性; 研究非线性稳态 (大变化解) 的结构稳定性和动态稳定性, 重点研究 Klein-Gordon 方程描述的非线性稳态与半经典极限、Euler-Poisson 方程的动力学演化行为、可压缩 Euler 方程组描述的高维激波的稳定性等。

**关键词:** 双曲型偏微分方程, 非线性稳态, 高维激波, 爆破机制, 非唯一性。

**经费说明:** 国拨经费概算参考数约 600 万元。

### 5.3 算子理论与算子代数若干前沿问题的研究

围绕多元 (包括无限个变元) 的算子理论及其应用展开对数学前沿问题的探索。研究 Arveson-Douglas 本质正规性几何化猜测以及在 Novikov 猜测和行列式点过程中的应用; 提出并研究在无穷维 Banach 空间中含无限多个变元的  $\bar{d}$ -算子解性质的调和分析方法, 探讨与动态系统控制、无穷维李群表示的联系; 研究 Beurling-Wintner 膨胀系完全性问题, 揭示其与孪生素数问题的联系。

**关键词:** Arveson-Douglas 几何化猜测, 无穷维分析,  $\bar{d}$ -算子, Beurling-Wintner 完全性问题。

**经费说明:** 国拨经费概算参考数约 600 万元。

### 5.4 非可加概率分析与渐近理论

突破概率的连续性、可加性的假设, 围绕非可加概率和非线性期望理论的基本问题研究非独立同分布随机变量与随机矩阵

的渐近理论、中偏差和大偏差原理，发展基于非可加概率和模型不确定下渐近理论的大数据统计推断框架；刻画非可加概率下强大数定律、中心极限定理、重对数律及其在整个模型不确定集合的稠密性问题；研究马氏过程、Lévy 过程的非可加概率下的刻画与极限。

**关键词：**渐近理论，非可加概率，非线性期望，非独立同分布，模型不确定性。

**经费说明：**国拨经费概算参考数约 600 万元。

### 5.5 遍历理论及其在数论中应用

建立多项式形式或更广形式的饱和定理来处理多重回复性质，并应用到 Ramsey 型问题的研究中；研究多项式形式的多重遍历平均逐点收敛问题和连续时间的多重遍历平均逐点收敛问题；探讨非一致扩张或非一致双曲框架下的遍历极值问题，建立随机框架下的遍历极值理论；利用几乎自守回复性研究不变锥系统的典型轨道动力学；利用遍历理论方法研究与数论结合的一些公开问题：例如 Katznelson 问题及其高阶版本、Sarnak 猜想或对数形式 Sarnak 猜想、剖分正则性等。

**关键词：**遍历理论，多重回复性，多重遍历平均，Katznelson 问题，Sarnak 猜想，遍历极值理论，剖分正则性。

**经费说明：**国拨经费概算参考数约 600 万元。

### 5.6 分形集的结构与分形上的分析

建立分形上丢番图逼近的度量理论，研究有理数在分形集附

近分布, 分形上的丢番图逼近问题以及 Mahler 问题等; 研究动力系统意义下的乘积型丢番图逼近, Littlewood 问题, Duffin-Schaeffer 问题; 研究 Weyl 和的渐近性质及其在度量数论、遍历理论中的应用; 研究分形测度的谱性质, Fourier 框架、Fourier 级数表示的收敛性态; 研究分形 Hardy 空间的分析性质和几何性质。

**关键词:** 分形, 丢番图逼近, 模一分布与 Weyl 和, 分形分析。

**经费说明:** 国拨经费概算参考数约 600 万元。

### 5.7 基于表示理论的范畴与高阶结构

寻求丛代数的三角范畴化与张量范畴化之间的字典对应; 对 Drinfeld 结合子的提升问题与量子 Yang-Baxter 方程的研究取得实质性进展; 研究导出 Morita 理论中的标准导出等价猜想; 构造斜 gentle 代数的曲面模型的 Fukaya 范畴以及研究 Kontsevich 同调镜像对称猜想; 探究奇异 Hochschild 上同调的 B-无穷提升猜想与循环 Deligne 猜想。

**关键词:** 丛代数, 范畴化, 三角范畴, 张量范畴, 高阶结构。

**经费说明:** 国拨经费概算参考数约 600 万元。

### 5.8 组合数学中的代数分析方法

研究有向图中的不可避免子图及 Ramsey-型问题, 发展代数方法构造有向 Ramsey 图; 研究导出遗传图类的色数与团数的关系; 研究图多项式的单峰型问题与零点分布问题; 研究组合矩阵

的全正性，发展系统性新方法；研究超图上的装填与覆盖，刻画线性系统的对偶整数性，分析 Min-Max 定理成立的条件；发展基于组合结构分析的理论和方法，用于判定线性系统的整性。

**关键词：**有向 Ramsey-型问题，图染色，图多项式，全正性理论，装填与覆盖。

**经费说明：**国拨经费概算参考数约 600 万元。

## 二、“揭榜挂帅”榜单

为深入贯彻落实党的十九届五中全会精神和“十四五”规划，切实加强创新链和产业链对接，“数学和应用研究”重点专项聚焦国家高质量发展亟需、应用导向鲜明、最终用户明确的重大攻关需求，凝练形成 2024 年度“揭榜挂帅”榜单（任务 6），力争在解决制约技术发展的深层次的数学问题方面取得突破。拟安排国拨经费不超过 4200 万元。

项目统一按指南二级标题（如 6.1）的指南方向申报。项目应整体申报，须覆盖相应指南方向的全部研究内容。每个榜单任务拟支持项目数为 1 项。项目下设课题数不超过 4 个，每个项目参与单位总数不超过 5 家。项目牵头申报和参与单位无注册时间要求，项目与课题负责人无年龄、学历和职称要求。申报团队数量为 1 个时，仍按程序进行项目评审立项。对于指南方向 6.1、6.2 和 6.3，需求提出方不得参与项目申报；如为企业牵头申报，牵头企业配套经费与国拨经费比例不低于 1:1。对于指南方向 6.4，揭榜团队配套经费与国拨经费比例不低于 2:1。

项目立项后，揭榜团队须签署“军令状”，对“里程碑”考核要求、经费拨付方式、奖惩措施和成果归属等进行具体约定，并将榜单任务目标摆在突出位置，集中优势资源，全力开展限时攻关。项目与课题负责人在揭榜攻关期间，原则上不得变更依托单位。

项目实施过程中，将需求提出方的意见作为重要考量，通过实地考察、仿真评测、应用环境检测等方式开展“里程碑”考核，并视考核情况分阶段拨付经费，实施不力的将及时叫停。

项目验收将通过现场验收、需求提出方和第三方测评等方式，在真实应用场景下开展，并充分发挥需求提出方作用。由于主观不努力等因素导致攻关失败的，将按照有关规定严肃追责，并依规纳入诚信记录。

## **任务 6. “揭榜挂帅”榜单**

### **6.1 基于人工智能与形式化证明的数学科学研究辅助系统**

**研究内容：**建立面向本科和研究生层次数学课程的定理证明智能系统，集成专家规则、大语言模型、符号计算等技术，支持自动生成和验证数学证明。以高质量数学知识库为基础，融合形式化验证，确保证明过程的严谨性；支持交互式证明，允许用户引导证明方向，实现人机协作，提高证明可控性和可读性。研发基于自然语言处理、知识图谱、自动规划、强化学习等技术，实现从海量文献中快速提取关键信息、寻找问题拆解方案、提出合理化建议的能力。

**考核指标：**对抽象代数、数值分析等至少 4 门本科和研究生

数学课程，建立测试数据集，建立定理证明智能系统，支持自然语言、Latex 和形式化代码等 3 种以上形式输入证明，进行语义分析，找出相应定理和推理规则成功率达 90% 以上。在用户提供正确关键步骤和证明目标指导下，系统交互式生成完整形式化证明成功率达到 80% 以上。对以上领域可在 1 小时内完成 10 篇文献阅读和关键信息提取，处理效率达 200 页/小时，关键证明信息与论文相符比例达到 90% 以上。

**关键词：**计算机辅助证明，自动化定理证明，大语言模型，机器学习，人工智能。

**执行年限：**3 年。

**经费说明：**国拨经费概算参考数约 1200 万元，需求提出方匹配经费约 400 万元。

## 6.2 肿瘤智慧放疗关键问题研究与转化

**研究内容：**针对肿瘤放疗的重大临床需求，研发关键数学问题及模型算法。基于强化学习和数据驱动结合的放疗计划多目标优化模型算法，同步优化射束路径与强度分布，直接生成机架、治疗床和叶片同步运动，剂量率实时调整的可实施计划；基于多模态影像（CT、MRI、PET 等）、多源异构数据（影像、病理、检验、组学等）融合的肿瘤自动检测、结构分割与自动质控模型算法；结合氧增强比、脉冲调制和组织学分析的 X 射线 Flash 放疗的生物效应模型。

**考核指标：**与现有方法（人工计划）相比，肿瘤剂量提

升>10%，效率提升 50%。结构分割 Dice 系数>0.85，95% Hausdorff 距离<3 mm（较现有仅基于影像的方法分别提升 0.05 和 2 mm），较手动分割时间减少>50%；自动质控算法重建剂量误差<3%，较目前方法（基于测量验证）提高效率>50%。X 射线剂量率 40-100Gy/s，2 种肿瘤和 3 种正常组织生物效应模型，预测生物学效应与临床观察结果符合率超过 80%。完成 X 射线 Flash 的放疗计划系统研发；2 家医院完成 50 例患者临床试验验证。

**关键词：**肿瘤放疗，人工智能，放疗计划优化，放疗质控，Flash 放疗。

**执行年限：**3 年。

**有关说明：**国拨经费概算参考数约 1500 万元，需求提出方匹配经费约 500 万元。

### **6.3 移动网络性能建模的数学理论与优化方法**

**研究内容：**探索基于准在线数据和面向用户体验保障的移动网络优化新技术：首先利用准在线数据建立网络统计孪生关键数学模型，通过研究网络数据空间离散化、动态网络性能建模两大理论与技术，刻画网络准实时状态特征；进一步研究保障用户体验的数学优化理论和技术，实现低成本、强鲁棒、快响应的网络运维新范式。

**考核指标：**确定最优离散近似的栅格化方法，建立波束空间栅格和地理空间栅格的映射模型，在已达成 20m x 20m 地理栅格 RSRP 的预测误差（MAE）小于 6dB 的基础上，实现 10m x 10m

地理栅格 RSRP 的预测误差 (MAE) 小于 6dB。建立基于波束离散空间的信道建模、干扰预测、谱效预测等网络状态推演模型，实现不同任务的预测均方误差小于路测数据输入的离线建模基线方法 20%。提出针对黑盒函数和黑盒约束的优化方法，实现小区覆盖性能比离线优化基线算法提升 10%。

**关键词：** 移动网络优化、网络统计建模、黑盒优化。

**执行年限：** 3 年。

**有关说明：** 国拨经费概算约 1000 万元，需求提出方匹配经费约 340 万。

#### **6.4 EDA 中高频电磁仿真的可计算建模与快速算法**

**研究内容：** 研究复杂介质结构中高频麦克斯韦方程组的快速求解算法，包括：设计复杂电路结构的网格生成方法，针对频域电磁场方程给出有限元和积分方程高阶基函数的构造和误差估计，并给出具体的数值实现方法。离散问题的快速算法。包括大规模稀疏及稠密矩阵的直接法、迭代法以及高效预处理方法。研发面向先进封装的 EDA 电磁仿真软件，支持国产硬件，集成到国产 EDA 工具平台，并应用于工业测例。

**考核指标：** 对于先进封装电磁问题，在同等计算资源和同等精度下，计算速度比 Ansys 公司的 HFSS 快一倍。能够处理数亿的未知量规模。形成电磁仿真工业软件一套，集成到国产 EDA 工具平台，通过流片实现软件在实际应用场景的应用验证和迭代，在至少两家公司形成示范应用。

**关键词：**电磁仿真、先进封装、高效离散方法、异构集成。

**执行年限：**3年。

**有关说明：**国拨经费概算约500万元，揭榜团队配套经费不少于1000万元。

### 三、青年科学家项目

青年科学家项目（任务7、8）支持青年科研人员针对数学重大前沿问题潜心研究，鼓励开展另辟蹊径的前沿探索。2024年拟支持20项青年科学家项目，国拨经费总概算6000万元。

项目统一按指南二级标题（如7.1）的指南方向申报。项目执行期一般为5年。青年科学家项目不再下设课题，项目参与单位总数不超过3家。青年科学家项目设1名负责人，负责人年龄男性应为35周岁以下（1989年1月1日以后出生），女性应为38周岁以下（1986年1月1日以后出生）；原则上团队其他参与人员年龄要求同上。

#### 任务7. 基础数学青年科学家项目

##### 7.1 代数和数论、组合数学

##### 7.2 几何和拓扑

##### 7.3 分析、微分方程、概率论、动力系统

**有关说明：**本指南任务共支持12项青年科学家项目，每项国拨经费概算300万元。

#### 任务8 应用数学青年科学家项目

##### 8.1 统计学与人工智能数学基础

## 8.2 计算数学

## 8.3 优化与控制的数学方法

## 8.4 计算机数学理论与算法

有关说明：本指南任务共支持 8 项青年科学家项目，每项国拨经费概算 300 万元。

香港城市大学深圳研究院 cityu.hk